

Informationstheorie

Übung 6

Ausgabe: 4. Dezember 2006
Abgabe: 11. Dezember 2006

6.1 Informationsquelle

Ein launischer Professor ist dafür bekannt, dass seine Prüfungen entweder einfach oder schwierig sind. Dabei wurde folgendes Muster festgestellt: Nach zwei einfachen Prüfungen folgt jeweils mit Wahrscheinlichkeit $4/5$ eine schwierige; ansonsten ist die Wahrscheinlichkeit einer schwierigen resp. einer einfachen Prüfung je $1/2$, unabhängig vom Schwierigkeitsgrad der vergangenen Prüfungen.

- Modellieren Sie die dem obigen Szenario entsprechende Markovquelle, indem Sie das Zustandsübergangsdiagramm aufzeichnen. Geben Sie die dazugehörige Zustandsübergangsmatrix an.
- Berechnen Sie die stationäre Verteilung und die Entropierate der Quelle.

6.2 Codes und Bäume

Sei C ein präfixfreier Code und T der zugehörige Codebaum. Sei Z die Mengen der inneren Knoten, B die Menge der Blätter und t_T die mittlere Blatttiefe von T .

- Sei $c \in C$ ein Codewort und $b_c \in B$ das entsprechende Blatt in T . Wir konstruieren jetzt einen neuen Code C' mit entsprechendem Baum T' , indem wir das Codewort c durch die zwei Codewörter $c||0$ und $c||1$ ersetzen. Beweisen Sie

$$t_{T'} = t_T + P(b_c).$$

- Sei $z \in Z$ ein innerer Knoten. Wir definieren $B_z \subseteq B$ als die Menge der Blätter, die z als Vorgänger haben (d.h. die Menge der Blätter, die aus z „herauswachsen“). Wir definieren weiterhin für einen inneren Knoten die Wahrscheinlichkeit $P(z)$, dass der Pfad von der Wurzel zu einem zufällig gewählten Blatt durch z verläuft;

$$P(z) := \sum_{b \in B_z} P(b).$$

Zeigen Sie, dass $t_T = \sum_{z \in Z} P(z)$.

Tip: Benutzen Sie (a).

- c) Berechnen Sie nun unter Benutzung dieses Resultats die mittlere Baumtiefe des untenstehenden Codebaumes.

