

Informationstheorie

Übung 11

Ausgabe: 22. Januar 2007
Abgabe: 29. Januar 2007

11.1 Lineare Codes

Sei \mathcal{C} der kleinste lineare Code über $GF(5)$, welcher die drei Vektoren $\mathbf{c}_1 = 4010102$, $\mathbf{c}_2 = 4120003$ und $\mathbf{c}_3 = 4031004$ enthält.

- Geben Sie eine Generatormatrix \mathbf{G} des Codes \mathcal{C} an.
- Geben Sie einen Vektor $\mathbf{h}_1 \neq 0$ an, für welchen gilt: $\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{h}_1^T = 0$, $\mathbf{c}_2 \cdot \mathbf{h}_1^T = 0$ und $\mathbf{c}_3 \cdot \mathbf{h}_1^T = 0$.
- Zeigen Sie, dass für alle $\mathbf{c} \in \mathcal{C}$ gilt: $\mathbf{c} \cdot \mathbf{h}_1^T = 0$
- Geben Sie einige weitere solcher Vektoren $\mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3, \dots$ an. Wie kann die Menge aller dieser Vektoren kompakt beschrieben werden? Wieviele solcher Vektoren gibt es?
- Geben Sie nun die Parity-Check-Matrix \mathbf{H} von \mathcal{C} an.
- Wie gross ist die Minimaldistanz von \mathcal{C} ?

11.2 Syndromdecoder

- Geben Sie eine Parity-Check-Matrix für den durch die folgende Generatormatrix erzeugten binären linearen Code an.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Wie gross ist die Minimaldistanz dieses Codes?
- Entwerfen Sie einen Syndromdecoder für den in Teilaufgabe a) gegebenen Code. Wie viele Einträge besitzt die Tabelle? Bestimmen Sie die Fehlermuster für die erste Hälfte der Syndrome.

11.3 Duale Hamming-Codes

Sei \mathcal{C} ein Hamming-Code mit Parameter r . Beweisen Sie, dass die Minimaldistanz des zu \mathcal{C} dualen Codes 2^{r-1} ist.