

# Informationstheorie

## Übung 6

Ausgabe: 12. Dezember 2005

Abgabe: 19. Dezember 2005

### 6.1 Das “Perpetuum mobile” der Datenkompression

- a) Ein Erfinder möchte Ihrer Softwarefirma ein völlig revolutionäres Datenkompressionsverfahren verkaufen. Mit dem Verfahren soll es angeblich möglich sein, auf einer Festplatte mit 200 GB Kapazität 220 GB abzuspeichern. Was meinen Sie als Informationstheoretiker dazu?
- b) Sie geben dem Erfinder 220 GB zufällig generierte Bits als Testdaten. Am nächsten Tag präsentiert er Ihnen die neueste Version des Programms, welche tatsächlich die 220 GB auf 200 GB komprimiert; zudem können die ursprünglichen Daten einwandfrei rekonstruiert werden. Wie erklären Sie sich dies? Wie können Sie eine zweite Blamage bei Wiederholung des Experiments vermeiden?

### 6.2 Eindeutig decodierbare und präfixfreie Codes

Entscheiden Sie für jeden der folgenden Codes, gegeben durch die Menge der Codewörter, ob er eindeutig decodierbar und/oder präfixfrei ist! Falls er weder präfixfrei noch eindeutig decodierbar ist, geben Sie eine Codewortfolge an, die sich auf zwei verschiedene Arten als Codewortfolge “parsen” lässt. Zeichnen Sie für einen präfixfreien Code den Codebaum und entscheiden Sie, ob er ausgefüllt ist.

- a)  $\{\varepsilon, 01, 11\}$
- b)  $\{01, 010\}$
- c)  $\{0, 01, 011, 111\}$
- d)  $\{110, 1110, 1011, 1101\}$
- e)  $\{00, 10, 010, 111, 0110, 1101, 11001\}$
- f)  $\{11, 101, 1011\}$

### 6.3 Richtig oder falsch?

Beurteilen Sie für folgende Aussagen, ob Sie richtig oder falsch sind, und geben Sie eine kurze Begründung an!

- a) *“Die mittlere Codewortlänge eines optimalen binären Codes für eine Zufallsvariable  $X$  ist immer gleich  $H(X)$ .”*
- b) *“Der Baum eines optimalen präfixfreien binären Codes ist immer ausgefüllt.”*

- c) *"Der Baum eines optimalen präfixfreien Codes ist immer ausgefüllt."*
- d) *"Jeder eindeutig decodierbare Code ist präfixfrei oder suffixfrei".*

#### 6.4 Kurzaufgaben

- a) Ist der Code  $\{0, 010, 0101\}$  eindeutig decodierbar? Geben Sie einen Decodieralgorithmus an oder finden Sie eine Sequenz, welche nicht eindeutig decodierbar ist.
- b) Finden Sie eine einfache präfixfreie Codierung für die ganzen Zahlen über dem Alphabet  $\{0, 1, 2\}$ .
- c) Folgende Codes sind nicht eindeutig decodierbar. Hat hier der Gestalter des Codes einfach schlecht gearbeitet oder ist es gar nicht möglich, mit den entsprechenden Codewortlängen einen eindeutig decodierbaren Code zu konstruieren? Schlagen Sie eine möglichst einfache Verbesserung für den Code vor!
  - (i)  $\mathcal{D} = \{0, 1\}, \quad C = \{10, 101, 1010\}$
  - (ii)  $\mathcal{D} = \{0, 1\}, \quad C = \{1, 000, 001, 010, 011, 110, 111\}$
  - (iii)  $\mathcal{D} = \{0, 1, 2\}, \quad C = \{00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$